Programa de Verão do IME-UFBA 2020

Semana Temática de Álgebra

4 a 7 de Fevereiro de 2020

Sala 20 do Instituto de Matemática e Estatística
da Universidade Federal da Bahia

Programação

	terça	quarta	quinta	sexta
14h as 14:50	Manuela Souza	Thierry Petit Lobão	Karel Dekimpe	João Roberto Mota e Sidney Lima
15h as 15:50	Pedro Morais	Georg Klein	Rosiele Barbosa	Paulo César Cerqueira
16h as 16:50	Minicurso (Nicola Sambonet)	Minicurso (Nicola)	Minicurso (Nicola)	Renato Diniz
17h as 17:50	Elen Deise Barbosa			

Uma introdução aos anéis de grupo e algumas soluções do problema do isomorfismo

Elen Deise Barbosa

Universidade Federal da Bahia

Nesta palestra apresentarei o conceito de anéis de grupo, algumas propriedades e algumas soluções do problema do isomorfimo para anel de grupo integral.

[1] POLCINO MILIES, C.; SEHGAL, Sudarshan K., An Introduction to Group Rings, Dordrecht: Kluwer Academic, 2002. (Algebras and Applications, 1).

Álgebras de grupo e álgebras de semigrupo definidas por relações de permutações de comprimento fixo

Georg Klein

Universidade Federal da Bahia

Seja H um subgrupo de Sym_n, o grupo simétrico de grau n. Dado um inteiro $l \geq 2$, o grupo G apresentado com geradores $x_1, x_2, \ldots, x_n$ e com relações $x_{i_1}x_{i_2}\cdots x_{i_l} = x_{\sigma(i_1)}x_{\sigma(i_2)}\cdots x_{\sigma(i_l)}$, onde σ percorre H, é investigado. Mostramos que G tem um subgrupo livre de índice finito. Para um um corpo K, propriedades da álgebra $K[G]$ são deduzidas. Em particular, o radical de Jacobson $\mathcal{J}(K[G])$ é sempre nilpotente, e em muitos casos a álgebra $K[G]$ é semiprimitiva. Resultados sobre o crescimento e a dimensão de Gelfand-Kirillov de $K[G]$ são obtidos. Mais propriedades sobre o semigrupo S e a álgebra de semigrupo $K[S]$ com a mesma apresentação são obtidas, caso S for cancelativo. O radical de Jacobson é nilpotente neste caso também, e condições suficientes para a álgebra ser semiprimitiva são obtidas.

[1] F. Cedó, E. Jespers and G. Klein. Group algebras and semigroup algebras defined by permutation relations of fixed length. J. Algebra Appl. 15(2) (2016) 7 pages.

[2] M. V. Clase and E. Jespers, On the Jacobson radical of semigroup graded rings, J. Algebra 169(1) (1994) 79-97.

[3] J. Okniński. Semigroup Algebras. Monogr. Textb. Pure Appl. Math., vol. 138, Marcel Dekker, Inc., New York, 1991.

[4] D. S. Passman, The Algebraic Structure of Group Rings, Pure and Applied Mathematics, No. 6, Wiley-Interscience, New York, 1977.

O Problema da Palavra em Grupos de Tranças

João Roberto F. de Almeida Mota e Sidney Bastos Lima

Universidade Federal da Bahia

As tranças são objetos de estudo da Topologia Algébrica, primeiramente estudados por Emil Artin em 1925. Nesse seminário mostraremos alguns aspectos algébricos e geométricos das tranças e apresentaremos Grupo de Tranças. Além disso, exibiremos o Problema da Palavra em Grupos de Tranças e trataremos de dar uma solução para tal.

[1] K. Murasugi, B. I. Kurpita, A study of Braids, Mathematics and Its Aplications 484, Kluwer Academic Publishers, (1999).

Commutative post-Lie algebra structures and linear equations for nilpotent Lie algebras

Karel Dekimpe

KU Leuven Campus Kulak Kortrijk, Belgium

In this talk we will explain the results we obtained in [1]. In that paper, we study commutative post-Lie algebra structures, or CPA-structures. A CPA structure on a Lie algebra $\mathfrak{g}$ with Lie bracket $[\cdot,\cdot]$ is a bilinear product on $\mathfrak{g}$ satisfying

$$\begin{aligned} x\cdot y &= y\cdot x \\ [x,y]\cdot z &= x\cdot(y\cdot z) - y\cdot(x\cdot z) \\ x\cdot[y,z] &= [x\cdot y, z] + [y, x\cdot z] \end{aligned}$$

After recalling the geometric motivation to study these CPA structures, we will show that for a given nilpotent Lie algebra $\mathfrak{g}$ with $Z(\mathfrak{g}) \subseteq [\mathfrak{g},\mathfrak{g}]$ all CPA-structures on $\mathfrak{g}$ are complete. This means that all left and all right multiplication operators in the algebra are nilpotent. Then we study CPA-structures on free-nilpotent Lie algebras $F_{g,c}$ and discover a strong relationship to solving systems of linear equations of type $[x, u] + [y, v] = 0$ for generator pairs $x, y \in F_{g,c}$. We use results of Remeslennikov and Stöhr [2] concerning these equations to prove that, for certain g and c, the free-nilpotent Lie algebra $F_{g,c}$ has only central CPA-structures.

[1] Burde, Dietrich; Dekimpe, Karel and Moens, Wolfgang Alexander, *Commutative post-Lie algebra structures and linear equations for nilpotent Lie algebras.* J. Algebra **526** (2019), 12–29.

[2] V. Remeslennikov, R. Stöhr: *The equation* $[x, u]+[y, v] = 0$ *in free Lie algebras.* Internat. J. Algebra Comput. **17** (2007), no. 5-6, 1165–1187. Internat. J. Algebra Comput. **17** (2007), no. 5-6, 1165–1187.

Álgebra abstrata aplicada: alguém duvida?

Manuela da Silva Souza

Universidade Federal da Bahia

A álgebra, uma das principais áreas da matemática pura, a grosso modo estuda as manipulações formais de equações, polinômios e estruturas algébricas. É um dos ramos da matemática mais antigos, suas origens se encontram antes de Cristo na Babilônia e no Egito. O objetivo dessa palestra é convencer a platéia através de aplicações em modelos práticos que é um disparate achar que álgebra não serve para nada.

Recobrimentos, o nascimento da homologia de grupos

Nicola Sambonet

Universidade Federal da Bahia

A teoria da homologia de grupos é uma disciplina onde se encontram a topologia algébrica e a teoria de representação. O objetivo deste minicurso será de revisar a noção de revestimento em ambas teorias, oferecendo uma visão sobre a elegante interação entre álgebra e geometria. Assim, a primera parte do minicurso será focada na topologia algébrica, revisando as noções elementares de espaços de recobrimento, grupos de homotopia e homologia, os teoremas de Hurewicz, os espaços de Eilenberg–MacLane, e a fórmula de Hopf. A segunda parte será focada na teoria de representação, com énfase na teoria de Schur sobre as representações projetivas, logo, serão apresentados fatos basicos sobre o multiplicador, a teoria das extensões e dos recobrimentos de grupos.

[1] L. V. Ahlfors and L. Sario, *Riemann Surfaces*, Princeton University Press, 1960.

[2] K. S. Brown, *Cohomology of Groups*, Springer–Verlag, 1982.

[3] J. Dieudonné, *A history of algebraic and differential topology 1900–1960*, Birkhäuser, 1989.

[4] I. M. Isaacs, *Character theory of finite groups*, Academic Press, 1976.

[5] E. H. Spanier, *Algebraic topology*, McGraw–Hill, 1966.

Realizando subgrupos virtualmente cíclicos em $\mathbf{B_n/[P_n, P_n]}$

Paulo Cesar Cerqueira dos Santos Júnior

Universidade Federal da Bahia

Denotemos por B_n o grupo de tranças de Artin, por P_n o grupo de tranças puras de Artin e por $[P_n, P_n]$ o subgrupo comutador de P_n. Sabemos que o grupo $B_n/[P_n, P_n]$ é um grupo cristalográfico (veja [1]). Nesse trabalho realizamos subgrupos virtualmente cíclicos em $B_n/[P_n, P_n]$ do tipo $\mathbb{Z}_p \rtimes \mathbb{Z}$ para p primo e $n \geq 3$. Para $n = 3, 4, 5, 6$ realizamos todos os subgrupos virtualmente cíclicos, a menos de isomorfismo, em $B_n/[P_n, P_n]$.

[1] GONÇALVES, Daciberg Lima; GUASCHI, John; OCAMPO, Oscar. A quotient of the Artin braid groups related to crystallographic groups. Journal of Algebra, v. 474, p. 393-423, 2017.

[2] GAINER, Andrew; LACKNEY, Lisa; PARKER, Katelyn; PEARSON, Kimberly. Virtually cyclic subgroups of three-dimensional crystallographic groups.

Identidades polinomiais graduadas para a álgebra de Jordan $\mathbf{UJ_2(K)}$ quando $\mathbf{char(K) = 2}$

Pedro Morais

Universidade Federal da Bahia

Nesta apresentação, exibiremos alguns dos resultados obtidos num projeto de pesquisa que visa contribuir com a descrição dada em [1] e [2] das graduações e identidades polinomiais graduadas de $UJ_2(\mathbb{K})$ quando $\mathbb{K}$ é um corpo infinito de característica diferente de 2. Neste sentido apresentaremos graduações para $UJ_2(\mathbb{K})$ quando $char(\mathbb{K}) = 2$, bem como bases de identidades para algumas destas graduações quando $\mathbb{K}$ é um corpo infinito com $char(\mathbb{K}) = 2$. Neste sentido apresentaremos graduações para $UJ_2(\mathbb{K})$ quando $char(\mathbb{K}) = 2$, bem como bases de identidades para algumas destas graduações quando $\mathbb{K}$ é um corpo infinito com $char(\mathbb{K}) = 2$. Neste sentido apresentaremos graduações para $UJ_2(\mathbb{K})$ quando $char(\mathbb{K}) = 2$, bem como bases de identidades para algumas destas graduações quando $\mathbb{K}$ é um corpo infinito com $char(\mathbb{K}) = 2$.

Palavras Chave: Identidades polinomiais, Álgebra de Jordan, Graduações.

[1] Centrone, L., Martino, F. (2017). A note on cocharacter sequence of Jordan upper triangular matrix algebra. Communications in Algebra, 45(4), 1687-1695.

[2] Koshlukov, P., Martino, F. (2012). Polynomial identities for the Jordan algebra of upper triangular matrices of order two. J. Algebra 327:236-250

[3] Centrone, L., Martino, F., da Silva Souza, M. (2019). Specht property for some varieties of Jordan algebras of almost polynomial growth. J. Algebra 521:137-165.

[4] Giambruno, A., Zaicev, M., Zaicev, M. V. (2005). Polynomial identities and asymptotic methods (No. 122). American Mathematical Soc.

Grupos de tranças do plano projetivo finitamente perfurado e grupos cristalográficos

Renato dos Santos Diniz

Universidade Federal de São Carlos
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

Os resultados aqui apresentado nesta comunicação estão diretamente ligados ao meu doutorado (ainda em desenvolvimento), supervisionado por Daniel Vendrúsculo (UFSCar) e Oscar Ocampo (UFBA). Esta ponte entre Teoria de Tranças e Grupos Cristalográficos é completamente novo na literatura, de acordo com Gonçalves, Guaschi e Ocampo em [3]. Vamos dividir esta apresentação em dois momentos: primeiro momento, iremos expor o estado da arte e resultados, recentemente alcançados, sobre grupos de tranças e grupos cristalográficos baseados em [3], [4] e [5]. Já no segundo momento, vamos trazer resultados obtidos no desenvolvimento de nossa tese. Aqui, vamos abordar o caso do grupo de tranças de superfícies orientáveis (de genus maior do que ou igual a um) finitamente perfurada [ver [1]] e, o caso, do plano projetivo finitamente perfurado[ver [2]]. Resultados como: caracterização dos elementos de ordem finita e, que um certo quociente, do grupo de trança da superfície em questão, é um grupo cristalográfico. Os resultados aqui apresentado nesta comunicação estão diretamente ligados ao meu doutorado (ainda em desenvolvimento), supervisionado por Daniel Vendrús-culo (UFSCar) e Oscar Ocampo (UFBA). Esta ponte entre Teoria de Tranças e Grupos Cristalográficos é completamente novo na literatura, de acordo com Gonçalves, Guaschi e Ocampo em [3]. Vamos dividir esta apresentação em dois momentos: primeiro momento, iremos expor o estado da arte e resultados, recentemente alcançados, sobre grupos de tranças e grupos cristalográficos baseados em [3], [4] e [5]. Já no segundo momento, vamos trazer resultados obtidos no desenvolvimento de nossa tese. Aqui, vamos abordar o caso do grupo de tranças de superfícies orientáveis (de genus maior do que ou igual a um) finitamente perfurada [ver [1]] e, o caso, do plano projetivo finitamente perfurado[ver [2]]. Resultados como: caracterização dos elementos de ordem finita e, que um certo quociente, do grupo de trança da superfície em questão, é um grupo cristalográfico.

[1] Bellingeri, P. *On presentations of surface braid groups*,Journal of Algebra 274, 543–563. **2014**.

[2] Gonçalves, D and Guaschi L. J. *The inclusion of configuration spaces of surfaces in Cartesian products, its induced homomorphism, and the virtual cohomological dimension of the braid groups of* $\mathbb{S}^2$ *and* $\mathbb{R}P^2$, Pacific Journal of Mathematics 287(1):71-99, **2017**.

[3] Gonçalves, D. Guaschi L. J. and Ocampo, O. *A quotient of the Artin braids groups related to crystallographic groups*, Journal of Algebra 474, 393-423, **2017**.

[4] Gonçalves, D. Guaschi L. J. and Ocampo, O. *Almost-crystallographic groups as quotients of Artin braid groups*, Journal of Algebra 524, 160–186, **2019**.

[5] Gonçalves, D. Guaschi L. J. and Ocampo, O. *Embeddings of finite groups in* $B_n/\Gamma_k(P_n)$ *for* $k = 2, 3$, Annales de l'Institut Fourier.

[6] Johnson, D. L. *Presentations of groups*, 2 ed. Cambridge University Press, Cambridge, 3, 4, 144, 169, 173.**1997**.

[7] Murasugi, K., and Kurpita, B. *A study of braids*, vol. 484 of Mathematics and its Applications. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, xxii, 3, 9, 14, 18, 52, 53. **1999**.

Criptografia RSA

Rosiele Trindade Barbosa

Universidade Federal da Bahia

A criptografia estuda os meios para codificar uma mensagem de tal forma que apenas o receptor permitido consiga interpretá-la. Um dos metódos de criptografia de chave pública é o RSA. Foi inventado em 1978 por R.L Rivest, A. Shamir e L. Adleman. Na atualidade, é o mais utilizado em aplicações comerciais. A criptografia RSA consiste em um sistema de chaves: a chave de codificação, que é pública e a chave de descodificação, que é a privada. O metódo se baseia na escolha de dois primos grandes, que são mantidos em sigilo e assim garantimos a segurança do mesmo. Para sua aplicação, discutiremos alguns resultados presentes em Teoria dos Números.

[1] Severino Coutinho. Números Inteiros e Criptografia RSA. IMPA, Coleção Matemática e Aplicações, 2014.

Uma introdução (quase histórica) à teoria geral de radicais

Thierry Petit Lobao

Universidade Federal da Bahia

A teoria geral de radicais foi sistematizada, no início da segunda metade do século XX, nos trabalhos de A. G Kurosh [1] e S. A. Amitsur [2]. Atuando independentemente, eles lançaram as bases do que se tornou uma nova teoria, transcendendo os limites da própria Álgebra. Desde então, a pesquisa em radicais e suas propriedades intrínsecas avança continuamente, tendo um período de intensa atividade na passagem do século, com aplicações a diversas áreas das matemáticas como Topologia, Análise, Combinatória, entre outras. A história da teoria retrocede porém ao início do século XX, quando J. H. M. Wedderburn [3] demonstrou que uma álgebra de dimensão finita sempre possui um ideal nilpotente maximal, sendo que seu quociente por esse ideal dá origem a uma álgebra isomorfa a uma soma direta de álgebras de matrizes. Todavia, em anéis quaisquer, nem sempre existe esse ideal nilpotente maximal ou, mesmo quando é possível determina-lo, a estrutura quociente resultante pode ser intrincada; tentando contornar essas dificuldades e a finitude da dimensão no resultado de Wedderburn, sugiram propostas identificando ideais específicos, chamados de radicais, que, de modo semelhante ao radical de Wedderburn, representam obstruções para que a estrutura possa ser decomposta de alguma forma em anéis mais tratáveis. O trabalho de S. Perlis [4] sobre quase-regularidade generalizou a noção de nilpotência, facilitando a compreensão do resultado geral de N. Jacobson [5]: em todo anel, existe um único ideal, com elementos quase-regulares, o radical de Jacobson, cujo anel quociente resultante é isomorfo a uma soma subdireta de anéis densos de transformações lineares entre espaços lineares sobre anéis de divisão.

Nesta apresentação, pretendemos discutir a evolução dessa importante teoria e a possibilidade de aplicação a outras estruturas matemáticas, não apenas algébricas, como grupos, mas também topológicas e combinatórias. Faremos um esforço para utilizar um mínimo de conhecimentos avançados, nada além das estruturas fundamentais de grupos e anéis e algo de álgebra linear.

[1] A. G Kurosh, Radicals of rings and algebras, *Mat. Sb* 33(75) (1953) 13-26 (original em russo, há uma tradução em inglês em: Colloq. Mat. Soc. János Bolyai 6 (1971) 297-262).

[2] S. A. Amitsur, A general theory of radicals I, II, III, respec. in: *Amer. J. Math* 74 (1952) 774-786, 76 (1954) 100-125 e 76 (1954) 126-136.

[3] J. H. M. Wedderburn, On hypercomplex numbers, *Proc. ondon Math. Soc.* (2)6 (1908) 77-118.

[4] S. Perlis, A characterization of the radical of an algebra, *Bull. Amer. Math. Soc.* 48 (1942), 128-132.

[5] N. Jacobson, The radical and semi-simplicity for arbitrary rings, *Amer. J. Math* 67 (1945), 300-320.

Participantes

Elen Deise Barbosa	elen.deise@ufba.br	UFBA
Georg Klein	georgklein53@gmail.com	UFBA
João Roberto Mota	jrfamota@gmail.com	UFBA
Karel Dekimpe	karel.dekimpe@kuleuven.be	KULAK (Bélgica)
Manuela da Silva Souza	manuela.dss@gmail.com	UFBA
Nicola Sambonet	nsambonet@gmail.com	UFBA
Paulo César Cerqueira	pcesarmath@gmail.com	UFBA
Pedro Morais	pedromartinsmorais@gmail.com	UFBA
Renato Diniz	renatodiniz@ufrb.edu.br	UFSCar/UFRB
Rosiele Barbosa	rosieletbarbosa@gmail.com	UFBA
Sidney Bastos Lima	sidneybastosl@hotmail.com	UFBA
Thierry Petit Lobão	thierry.petitlobao@gmail.com	UFBA

Organização: Elen e Nicola.