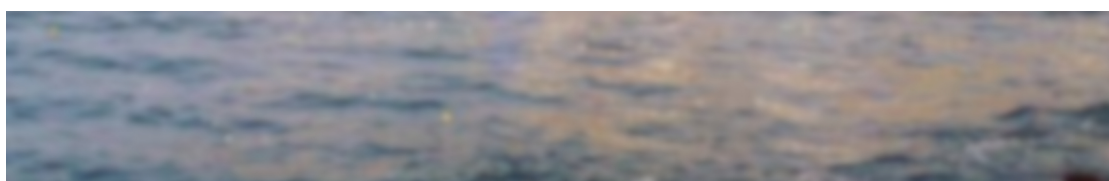
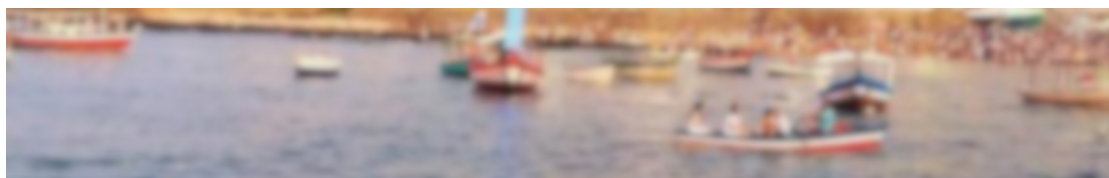
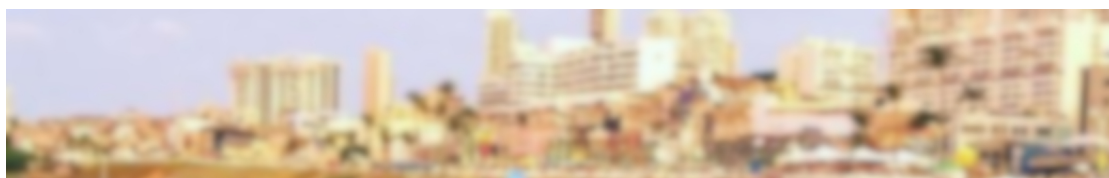


Programa de Verão PGMAT UFBA 2022

# Semana Temática de Álgebra



1 a 4 de Fevereiro de 2022

Instituto de Matemática e Estatística  
da Universidade Federal da Bahia



## Programação

|              | terça             | quarta               | quinta           | sexta                |
|--------------|-------------------|----------------------|------------------|----------------------|
| 9h as 9:50   |                   | Oscar Ocampo         | Crisina Acciarri |                      |
| 10h as 10:50 |                   | Paolo Santos         | Gustavo Cardoso  |                      |
| 11h as 11:50 |                   | Minicurso            | Minicurso        | Minicurso            |
| 12h as 13:30 |                   |                      |                  |                      |
| 13:30 a 14h  | Socialização      | Socialização         |                  | Socialização         |
| 14h as 14:50 | Itailma Rocha     | Hossein Shahzamanian |                  | Francesco Matucci    |
| 15h as 15:50 | Claudemir Bezerra | Janara Ramos         |                  | Slobodan Tanushevski |
| 16h as 16:50 | Pedro Moraes      | Georg Klein          |                  |                      |

O Minicurso é ministrado por Raquel Magalhães Cruz.



## Resumos das palestras:

**Claudemir Fideles Bezerra Jr. (UFCEG)**

### **As $\mathbb{Z}$ -gradações sobre as álgebras de Grassmann e ferramentas Aritméticas**

A álgebra de Grassmann  $E$  de um espaço vetorial de dimensão infinita  $L$  é uma das mais importantes álgebras que satisfazem identidades polinomiais. Os célebres artigos de Kemer tem tal álgebra como um ingrediente chave. Nesta palestra, nós introduziremos as estruturas graduadas sobre  $E$  cujo suporte coincide com um subgrupo do grupo cíclico infinito  $\mathbb{Z}$ . Apresentaremos, em mais detalhes, as chamadas  $\mathbb{Z}$ -gradações  $n$ -induzidas sobre  $E$ , com  $n \leq 3$ . Nestes casos, nós providenciaremos um melhor critério para os seus suportes. Além disso, sobre um corpo de característica zero, descreveremos uma base para as identidades graduadas sobre  $E$  munida com cada uma das suas  $\mathbb{Z}$ -gradação 2-induzidas. O objetivo principal desta palestra é mostrar o forte uso da Aritmética como ferramenta, providenciando uma interessante conexão entre esta área e a PI-Teoria.

**Cristina Acciarri (UnB-UniMORE)**

### **Uma versão mais forte do BFC-Teorema de Neumann**

Um celebrado teorema de B. H. Neumann afirma que se  $G$  é um grupo em que todas as classes de conjugação são finitas com tamanho limitado, então o grupo derivado  $G'$  é finito. Nesta palestra discutiremos uma versão mais forte do resultado de Neumann e algumas consequências para grupos finitos e profinitos. Baseado em trabalho conjunto com P. Shumyatsky.

**Francesco Matucci (UNIMI-Bicocca)**

### **Extensões Finitas de Germes**

Apresentamos uma família de grupos de homeomorfismos obtidos a partir de grupos de homeomorfismos lineares por partes adicionando um número finito de singularidades e provamos resultados sobre suas propriedades de simplicidade, abelianizações e finitude. Esta família surgiu naturalmente no processo de resolução de uma questão do caderno Kourovka por Martin Bridson e Pierre De la Harpe perguntando se existe um grupo finitamente apresentado contendo o grupo aditivo  $\mathbb{Q}$  de números racionais. Entre os exemplos que construímos, descrevemos dois grupos  $\mathcal{TA}$  e  $\mathcal{VA}$  que são simples, 2-gerados, finitamente apresentados e contêm, respectivamente, todos os grupos abelianos contáveis e livres de torção e todos os grupos abelianos contáveis, realizando explicitamente o teorema de mergulho de Boone-Higman. Além disso, mostramos que eles têm tipo  $F_\infty$  (uma generalização de apresentabilidade finita). Também discutimos como nossos resultados podem ser aplicados a outros grupos relacionados, como alguns grupos de Nekrashevych, uma classe de grupos que são gerados por grupos de Thompson  $V_{n,r}$  e grupos auto-similares adequados. Este é um trabalho conjunto com James Belk e James Hyde (ambos da Cornell University).

**Georg Klein (UFBA)**

### **Sobre a semiprimitividade de álgebras de semigrupo e generalizações de um teorema de Domanov**

Começando com um resultado fundamental de O.I. Domanov sobre a semiprimitividade de álgebras de semigrupo de um semigrupo inverso, vamos investigar possíveis generalizações. Assim chegamos à condição de W.D. Munn, satisfeita em particular por semigrupos inversos. Uma classe mais geral, os chamados semigrupos de restrição com esqueleto inverso, foi considerada recentemente por G.M.S Gomes, C. Santa-Clara, e F. Soares.

**Gustavo Cardoso (UFBA)**

## **Invariantes de Nós e Enlaçamentos**

A teoria de nós e enlaçamentos é um dos tópicos clássicos da topologia de baixa dimensão. Nessa teoria, uma das questões mais naturais que surgem é: Como garantir que dois nós ou enlaçamentos são distintos? Uma das maneiras de responder a essa pergunta é através dos invariantes, que irão associar objetos geométricos (nós ou enlaçamentos) a objetos algébricos (como números ou polinômios). Nesta palestra, abordaremos três desses invariantes: o Polinômio de Kauffman, o Polinômio de Jones e os Invariantes de Vassiliev.

**M. Hossein Shahzamanian (CMUP-FCUP)**

## **Identities of the Jones Monoid $\mathcal{J}_5$**

Let  $1 < n$ . The Kauffman monoid  $\mathcal{K}_n$  is the monoid generated by  $h_1, \dots, h_{n-1}, c$ , subject to the following relations:

$$\begin{aligned} h_i h_j &= h_j h_i, \quad \forall 1 \leq i, j \leq n-1, \text{ if } |i-j| \geq 2, \\ h_i h_j h_i &= h_i, \quad \forall 1 \leq i, j \leq n-1, \text{ if } |i-j| = 1, \\ h_i^2 &= c h_i = h_i c, \quad \forall 1 \leq i \leq n-1. \end{aligned}$$

Jones monoid  $\mathcal{J}_n$  is the monoid generated by  $h_1, \dots, h_{n-1}$ , subject to the first and second relations and the relation  $h_i^2 = h_i$ , for all  $1 \leq i \leq n-1$ . In [1], the authors prove that the Kauffman monoids  $\mathcal{K}_3$  and  $\mathcal{K}_4$  satisfy the same identities. However, by delivering an identity, they show that  $\mathcal{K}_4$  and  $\mathcal{K}_5$  do not satisfy the same identities. Moreover, this identity shows that  $\mathcal{J}_4$  and  $\mathcal{J}_5$  do not satisfy the same identities. In this talk, we will present a characterization of identities satisfied by the Jones monoid  $\mathcal{J}_5$ .

[1] Kitov N. V., Volkov M. V. Identities of the Kauffman monoid  $\mathcal{K}_4$  and of the Jones monoid  $\mathcal{J}_4$ . In: Fields of Logic and Computation III [Lect. Notes Comp. Sci., volume 12180], Springer, Cham, 2020, 156–178.

**Itailma Rocha (UFCEG)**

### **O Grupo de Brauer Generalizado parcial**

Dado um anel (não necessariamente associativo) com unidade  $R$  e  $\Delta(\Theta)$  um produto cruzado generalizado parcial vamos apresentar a construção do grupo  $\mathcal{B}(\Theta/R)$ , associado a extensão de anéis  $R \subset \Delta(\Theta)$ . O grupo  $\mathcal{B}(\Theta/R)$  pode ser visto como uma generalização do grupo de Brauer da extensão  $R^\alpha \subset R$ , onde  $R$  é um anel comutativo,  $\alpha = (D_g, \alpha_g)$  uma ação parcial de  $G$  sobre  $R$  e  $R^\alpha \subset R$  é uma extensão de Galois  $\alpha$ -parcial.

**Janara Ramos (UFBA)**

### **Semigrupos de restrição com esqueleto inverso**

Começando com as relações de Green dum semigrupo, vamos mostrar como elas podem ser generalizadas primeiro para as relações de Green  $*$  e depois para as relações de Green  $\cdot$ . Estas últimas dependem do conjunto dos idempotentes e caso este conjunto seja um semi-reticulado, vamos apresentar a definição para o semigrupo ser chamado "de restrição" e algumas propriedades que resultam. Depois vamos apresentar o conceito de "esqueleto inverso", nos referindo ao trabalho de V. Gould e R. Zenab.

**Oscar Eduardo Ocampo Uribe (UFBA)**

### **Homomorfismos de grupos de tranças (generalizadas) em certas álgebras de diagramas**

Representações de grupos de tranças (clássicos e virtuais) através de várias álgebras têm sido amplamente utilizadas para a construção de invariantes de nós e enlaçamentos. A álgebra (plana) de torres é um exemplo de uma "álgebra de diagramas", que é uma álgebra de dimensão finita com uma base dada por uma coleção de diagramas e multiplicação descrita de forma combinatória por concatenação de diagramas. Nesta palestra mostraremos inicialmente um homomorfismo do grupo de tranças de Artin em uma subálgebra da álgebra de torres plana, dado por Bigelow, Ramos e Yi (2012). Vale destacar que com isto eles conseguiram uma descrição alternativa dos polinômios de Jones e Alexander como traços de certas matrizes. Também vamos comentar o trabalho de Gotin (2017) que estende o anterior aos grupos de tranças virtuais. Finalmente, faremos alguns comentários de um projeto de pesquisa em andamento, em conjunto com Rodríguez-Nieto e Salazar-Díaz, que trata das ideias acima em outros grupos de tranças generalizadas.

**Paulo Cesar dos Santos Jr. (UFBA)**

### **Tranças virtuais e grupos cristalográficos**

Apresentaremos o grupo de tranças virtuais e uma caracterização algébrica para os grupos cristalográficos. Relacionaremos um quociente do grupo de tranças virtuais com os grupos cristalográficos. Por fim, estudaremos a torção desse grupo quociente e suas classes de conjugação.

**Pedro Henrique de Morais (UFBA)**

**Graduações, Identidades polinomiais graduadas e Propriedade de Specht para a álgebra comutativa de  $UT_2(K)$  em característica 2**

Neste seminário apresentaremos alguns resultados recentes em PI-teoria sobre graduações e identidades graduadas da álgebra das matrizes triangulares superiores de ordem 2 quando essa é definida como uma álgebra comutativa. Mais precisamente, fixado um corpo  $K$ , de característica 2, apresentaremos uma classificação das graduações de  $(UT_2(K), \circ)$ , a álgebra das matrizes triangulares superiores de ordem 2 sobre  $K$  munida do produto  $x \circ y = xy + yx$ . Exibiremos também geradores para os  $T_G$ -ideais dessas graduações quando  $K$  é infinito, bem como daremos uma resposta positiva para o problema de Specht quando consideramos a variedade das álgebras comutativas gerada por  $UT_2(K)$  em cada uma dessas graduações.

**Slobodan Tanushevski (UFF)**

**Diagram groups over trace monoids**

Given a semigroup presentation  $\mathcal{P} = \langle X \mid \mathcal{R} \rangle$  and a word  $u \in X^*$ , the set of all reduced spherical  $(u, u)$ -semigroup diagrams over  $\mathcal{P}$  (the analogue of Van Kampen diagrams for semigroup presentations) admits a ‘natural’ structure of a group, called the diagram group over  $\mathcal{P}$  based at  $u$ . Diagram groups were introduced by Meakin and Sapir, and the delightful theory of diagram groups ripened through the pioneering work of Kilibarda, Guba and Sapir. The talk is meant to be an introduction to the theory of diagram groups, with emphasis on diagram groups over trace monoids, a topic that I have been exploring together with Francesco Matucci.

## Minicurso:

**Raquel Magalhães de Almeida Cruz (IME-USP)**

### **Grupos de Tranças de Superfícies e Recobrimentos**

O objetivo inicial deste minicurso é estudar os grupos de tranças de modo intuitivo (com muitas figurinhas). Vamos apresentar a definição geométrica de uma trança, introduzir uma operação e uma relação de equivalência no conjunto das tranças e estudar suas principais propriedades algébricas. Em seguida, vamos definir os grupos de tranças por meio de uma abordagem topológica, utilizando espaços de configuração. Realizaremos uma breve exposição sobre os grupos de tranças do disco, da esfera e do plano projetivo. Por último, estudaremos a relação entre os grupos de tranças de uma superfície e espaços de recobrimento, com ênfase no caso em que o plano projetivo é recoberto pela esfera. Pretendemos apresentar aos ouvintes as ferramentas necessárias para a compreensão do conteúdo, porém é recomendado que tenham familiaridade com Teoria de Grupos e que já tenham tido contato com assuntos iniciais de Topologia Algébrica.

Orientador: Prof. Dr. Daciberg Lima Gonçalves

#### Referências:

- [1] E. Artin, *Theorie der Zöpfe*. Abhandlungen aus dem Mathematischen Seminar der Universität Hamburg 4, 1925. 47 – 72.
- [2] E. Artin, *Theory of Braids*. Annals of Mathematics 48, 1947. 101 – 126.
- [3] E. Fadell and L. Neuwirth, *Configuration spaces*. Math. Scand. 10, 1962.
- [4] R. H. Fox and L. Neuwirth, *The braid groups*. Math. Scand. 10, 1962. 119 – 126.
- [5] D. L. Gonçalves and J. Guaschi, *The braid groups of the projective plane*. Algebr. Geom. Topol. 4, 2004. 757 – 780.
- [6] D. L. Gonçalves and J. Guaschi, *Surface braid groups and coverings*. J. London Math. Soc. (2) 85, 2012. 855 – 868.
- [7] V. L. Hansen, *Braids and Coverings: selected topics*, London Mathematical Society Student Texts 18, Cambridge University Press, 1989.
- [8] E. L. Lima, *Grupo fundamental e espaços de recobrimento*. Projeto Euclides, 1998.
- [9] R. Magalhães, *Grupos de Tranças de Superfícies e Espaços de Recobrimento (Dissertação)*. Universidade Federal de São Carlos, 2021.

**Palestrantes:**

|                               |                                 |         |
|-------------------------------|---------------------------------|---------|
| Claudemir Fideles Bezerra Jr. | claudemir@mat.ufcg.edu.br       | UFCG    |
| Cristina Acciarri             | crisbt7@gmail.com               | UniMORE |
| Francesco Matucci             | francesco.matucci@gmail.com     | UNIMI   |
| Georg Klein                   | georgklein53@gmail.com          | UFBA    |
| Gustavo Cardoso               | gustavo.cardoso2017@hotmail.com | UFBA    |
| Hossein Shahzamanian          | m.h.shahzamanian@fc.up.pt       | CMUP    |
| Itailma Rocha                 | itailmarocha@gmail.com          | UFCG    |
| Janara Ramos                  | janararn@gmail.com              | UFBA    |
| Oscar Ocampo                  | oeocampo@gmail.com              | UFBA    |
| Paulo César dos Santos Jr.    | pcesarmath@gmail.com            | UFBA    |
| Pedro Henrique Morais         | pedromartinsmorais@gmail.com    | UFBA    |
| Raquel Magalhães Cruz         | raquel_macruz@hotmail.com       | USP     |
| Slobodan Tanushevski          | tanusevski1@gmail.com           | UFF     |

**Organizadores:**

|                        |                       |      |
|------------------------|-----------------------|------|
| Carmela Sica           | csica@ufba.br         | UFBA |
| Manuela da Silva Souza | manuela.dss@gmail.com | UFBA |
| Nicola Sambonet        | nsambonet@gmail.com   | UFBA |

**Site do evento:**

[http://verao.ime.ufba.br/semanas\\_tematicas/algebra/homepage](http://verao.ime.ufba.br/semanas_tematicas/algebra/homepage)